

EGYSÉGES MATEMATIKA TANÁR SZAK

(Emelt szintű érettségi felkészítésre nem jogosító középiskolai tanár)

Zárószigorlati tételek

Szakmai kérdések:

1. Matematikai alapok. Logikai és halmazelméleti alapfogalmak: Halmazok és kijelentések, műveletek és ezek tulajdonságai. Számosságok. Predikátumok, kvantorok. Következtetési sémák, a következtetések helyességének eldöntése. Relációk: Relációk, ekvivalenciarelációk, kapcsolat a halmazok osztályozásaival, rendezési relációk.
2. Számfogalom. Az egész, a racionális, a valós és a komplex számok fölépítése. Hatványozás. Tizedes törtek. Algebrai és transzcendens számok. Korlátos számhalmazok. Alsó és felső határ.
3. Számelmélet. Az egész számok oszthatósága. Maradékos osztás. Euklideszi algoritmus. Felbonthatatlan számok és prímszámok. A számelmélet alaptétele. Kongruenciák. Műveleti tulajdonságok. Euler-, Fermat- és Wilson-tétel. Lineáris kongruenciák és kongruenciarendszerek. Lineáris diofantikus egyenletek. Számelméleti függvények. Nevezetes számelméleti problémák.
4. Algebrai egyenletek. Polinomok. Másod-, harmad-, negyed- és magasabbfokú algebrai egyenletek. Komplex számok. Polinomok. Irreducibilis faktorizáció. Az algebra alaptétele. Valós és komplex együtthatós polinomok.
5. Lineáris algebra, analitikus geometria. Irányított szakasz, geometriai vektor. Vektorműveletek, tulajdonságaik. Derékszögű koordinátarendszer, derékszögű koordináták. Vektorterek, bázisok, lineáris transzformációk. Mátrixok, determinánsok. Alakzatok (egyenes, sík, kör, gömb, kúpszeletek) egyenlete.
6. Algebrai struktúrák. A csoport fogalma. Csoportmorfizmusok. Részcsoportok. Normálrészcsoportok. Mellékosztályok. Lagrange-tétel. Permutációcsoportok. Gyűrűk és testek. Gyűrű- és testmorfizmusok. Részgyűrűk, résztestek, ideálok. Euklideszi gyűrűk.
7. Numerikus sorozatok, sorok. Számsorozatok, részsorozatok, monotonitás, korlátosság, konvergencia és ezek kapcsolatára vonatkozó tételek. Műveletek határértékekkel. Nevezetes sorozatok. Végtelen sorok, konvergencia, abszolút konvergencia, kapcsolatuk. Nevezetes sorok: harmonikus sor, mértani sor. Pozitív tagú sorok. Konvergencia tételek, Összehasonlító kritérium. Leibniz-típusú sorok.
8. Hatványsorok. Hatványsor fogalma, konvergencia tartománya és összegfüggvénye. Az összegfüggvény folytonosságára, differenciálhatóságára vonatkozó tételek. Elemi függvények definíciója (\exp , \sin , \cos , \sinh , \cosh) hatványsorok segítségével és tulajdonságaik, deriváltjaik, inverzeik, grafikus képeik.
9. Függvények határértéke és folytonossága. A függvény definíciója. Függvény-tulajdonságok: monotonitás, korlátosság, injektív, szürjektív, bijektív, inverz függvény. Határérték, folytonosság definíciója. Átviteli elv. Műveletek határértékekkel, folytonos függvényekkel. Nevezetes határértékek, néhány folytonos függvényosztály. Szakadási helyek értelmezése, osztályozása. Kompakt halmazon folytonos függvények tulajdonságai: Weierstrass-tétele, egyenletes folytonosságra vonatkozó tétel, inverz függvény folytonossága és következményei.
10. Differenciálszámítás (Egyváltozós valós értékű függvények). Differencia-hányados, differenciálhányados értelmezése. Geometriai jelentés. Differenciálhatóság és folytonosság kapcsolata. Differenciálási szabályok: (Összeg, szorzat, hányados, összetett függvény) deriváltja. Középtérték-tételek. L'Hospital-szabály. Taylor-formula. Függvényvizsgálat első és másodrendű derivált segítségével.
11. Integrálszámítás (Egyváltozós valós értékű függvények). Primitív függvény fogalma, határozatlan integrál. Primitív függvénnyel rendelkező függvényosztályok. Műveletek primitív függvényekkel. Parciális integrálás szabálya. Integrálás helyettesítéssel. Határozott integrál fogalma. Integrálható függvényosztályok. Műveletek integrálható függvényekkel Intervallum szerinti auditivitás. Integrálszámítás középtértéktétele. Newton-Leibniz-tétel. Integrálfüggvény fogalma, integrálfüggvényre vonatkozó tétel. Integrálszámítás alkalmazásai. Improprius integrál.

12. Terület, kerület, térfogat, felszín. Sokszögek területének elemi geometriai megalapozása. Síkidom területe és kerülete. Bolyai Farkas tétele. Kör és részeinek területe, kerülete. Poliéderek térfogatának elemi geometriai megalapozása. Cavalieri elv. Terület-, kerület-, felszín- és térfogatszámítás számítás integrál segítségével.
13. Euklideszi síkgeometria. Az euklideszi geometria axiomatikus felépítése, különböző axiómarendszerek. A párhuzamossági axióma szerepe. Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai és körei. Négyszögek, sokszögek. Speciális sokszögek és tulajdonságaik. Kör geometriája. Euklideszi szerkesztések, szerkeszthetőség algebrai alapjai.
14. Euklideszi térgeometria. Térelemek kölcsönös helyzete, távolságuk, szögük. Poliéderek. Euler-poliéder tétel. Görbék differenciálgeometriája, görbület, torzió, Frenet-formulák. Görbék alaptétele.
15. Geometriai transzformációk. Egybevágósági transzformációk síkban és térben, felépítésük tükrözésekből. Affinitások. Inverzió síkon és térben. Sztereografikus projekció. Hasonlóságok. Projektív sík kollineációi, a projektív geometria alaptétele. Centrális-axiális kollineációk.
16. Nem-euklideszi geometriák. Erlangeni program. Abszolút geometria. A hiperbolikus geometria elemei, modellek. A gömbi geometria elemei, gömbi trigonometria. Az affin és a projektív geometria elemei, O-pont modell, homogén koordináták. Desargues tétele. Papposz-Pascal tétel. Kettősviszony. Kúpszeletek, pólus, poláris.
17. Kombinatorika. Összeszámlálási feladatok: permutációk, kombinációk, variációk fogalma, kapcsolatuk, számuk meghatározása. Binomiális tétel. Gráfok: pont, él fok, út, kör, összefüggő gráf, fa fogalma, ezek közötti legfontosabb összefüggések.
18. Valószínűségszámítás. Az eseményalgebra fogalma, tulajdonságok. A valószínűség fogalma. Klasszikus valószínűségi mező. Geometriai valószínűség. Teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel. Függetlenség. Feltételes valószínűség. Szorzási szabály. Valószínűségi változó fogalma, osztályozások. Eloszlásfüggvény. Valószínűségi változók függetlensége, együttes eloszlása, együttes eloszlásfüggvénye, peremeloszlások. Valószínűségi változó várható értéke, szórása. műveleti szabályok. Nevezetes diszkrét és folytonos eloszlások. Centrális határeloszlás tétele.
19. Többváltozós függvények. n -dimenziós euklideszi tér. Halmaz, pontsorozatok korlátossága és konvergenciája \mathbb{R}^n térben. Nyílt és zárt halmaz fogalma, műveleti tulajdonságok. Kompakt halmaz fogalma. Kompaktság, korlátosság, zárttság közötti kapcsolat. Többváltozós függvények fogalma. Kétváltozós függvények határértéke. Átviteli elv. Műveleti tulajdonságok. Iterált határérték létezésére vonatkozó tétel. Többváltozós függvények folytonossága. Átviteli elv. Szakadási hely fogalma. Műveletek.
20. Többváltozós függvények differenciálhatósága. Parciális, irány menti derivált értelmezése, geometriai jelentése. Differenciálhatóság fogalma. Érintősík fogalma, meghatározása. Differenciálhatóság szükséges/elegendő feltétele. Műveleti tulajdonságok. Magasabbrendű deriváltak. Young tétele. Középpértéktételek. Taylor-formula. Lokális szélsőérték fogalma és létezésére vonatkozó szükséges és elégséges feltételek.

Módszertani kérdések:

1. A matematika tanítás- tanulás célja, pszichológiája. Oktatási koncepciók Magyarországon és külföldön. A matematika tanítás didaktikai alapelvei.
2. Hagyományos és modern módszerek, eszközök alkalmazása a matematika oktatásában. Differenciálás megvalósítása: tehetség gondozás (versenyek) és felzárkóztatás.
3. A tanítás tervezése (kerettanterv), ellenőrzés és értékelés az oktatásban. Felkészítés a kétszintű érettségire, az érettségi követelményrendszerre. Matematikai tantervek, pedagógiai alapelvek, órátípusok, különböző munkaformák. Differenciált foglalkozások tervezése.
4. Érvelési, indoklási, bizonyítási típusok. Tételek megsejtését szolgáló eljárások. Prematematikai indoklások, szemléletes utak és bizonyítások.

5. A problémamegoldó gondolkodás fejlesztése, problémamegoldási stratégiák. Heurisztikus elvek, algoritmikus gondolkodás. Feladattípusok, nyitott végű feladatok, problémavariációk.
6. A fogalmak tanításával kapcsolatos módszerek, eljárások, feladattípusok.
7. A geometriai gondolkodás Hiele-féle szintjei. A sík és térgeometria alapfogalmainak kialakítása. A térszemlélet fejlesztését szolgáló módszerek. A geometriai szerkesztés és bizonyítás tanításának szerepe.
8. A geometriai transzformációk tanításának menete. Alakzatok egybevágósága, hasonlósága.
9. A kerület, terület, felszín, térfogat bevezetése általános és középiskolában.
10. A szög fogalma, mérése és kiszámításának lehetőségei.
11. A számfogalom fejlesztése általános és középiskolában. A természetes, egész, racionális és valós szám fogalmának kialakítása. Műveletek értelmezése.
12. Algebrai struktúrák megjelenése általános és középiskolában.
13. A számelméleti ismeretek és tanításuk lehetőségei általános és középiskolában.
14. Halmazelméleti és logikai alapfogalmak, relációk a középiskolában.
15. A függvény fogalom, függvényszemlélet kialakítása. Elemi függvényvizsgálat grafikon alapján. Függvényvizsgálati szempontok értelmezése nevezetes függvényekhez kötődően.
16. A hatvány, gyök, logaritmus fogalmak értelmezési, kiterjesztési lehetőségei.
17. A vektor fogalmának kialakítása és alkalmazása a középiskolai matematika oktatásában. Koordináta-geometriai és trigonometria ismeretek tanítása.
18. Az algebrai kifejezések értelmezése, azonos átalakítások. Az egyenlet fogalmának bevezetése, néhány különböző megoldási módszer.
19. Kombinatorikai típusfeladatok és megoldásuk különböző, a tanulók életkorának megfelelő módszerekkel. Gráfelméleti problémák megjelenése a matematika órákon és a mindennapi életben.
20. A valószínűség fogalmának statisztikus, axiomatikus és kombinatorikus megközelítése. Statisztikai alapfogalmak tanítása, az adatábrázolás és adatelemzés kérdései.